IX Encuentro Nacional de Álgebra
Listado de Comunicaciones Científicas

Título: Soluciones por multipermutaciones de la ecuación de Yang-Baxter.
Expositor: Acri, Emiliano Francisco (Universidad de Buenos Aires)
Resumen: En este trabajo estudiamos el grupo de estructura asociado a una cierta familia importante de soluciones de la ecuación de Yang-Baxter llamadas multipermutaciones. Las soluciones de esta familia pueden caracterizarse como aquellas cuyos grupos de estructura admiten un orden a izquierda. Exploramos la relación entre esta familia y grupos con la propiedad de producto único y damos un algoritmo que nos permite decidir para órdenes bajos cuándo un grupo de estructura no tiene la propiedad. También desarrollamos una noción de nilpotencia para brazas torcidas que ayuda en el estudio de una generalización de las multipermutaciones a una familia más grande de soluciones. Trabajo en colaboración con L. Vendramin y R. Lutowski. Preprint: arXiv:1904.11657

Título: Doubly homogeneous quandles.
Expositor: Bonatto, Marco (Universidad de Buenos Aires)
Resumen: *Quandles* are idempotent lef-distributive left-quasigroups and they arise in different areas of mathematics as knot theory, the study of solutions of the set theoretic Yang-Baxter equation, braided vector spaces and Nichols algebras.
It is known that every quandle with at least four elements and a 3-transitive automorphism group is projection [McC12] (recall that a group G acting on a set Q is called k-transitive if it is transitive on the set of k-tuples with different entries). Quandles with transitive automorphism groups are called *homogeneous* quandles and they are characterized by a well-known construction over groups [Joy82]. Quandles with doubly transitive automorphism group are called *doubly homogeneous*. A characterization of such quandles has been state as an open problem in [BDS17] and a partial answer was given in [Ven17], where the class of finite quandles with doubly transitive left multiplication group (i.e. doubly transitive quandles) is completely understood. We provide a characterization of finite doubly homogeneous quandles.

Referencias

[BDS17] Valeriy G. Bardakov, Pinka Dey, and Mahender Singh, *Automorphism groups of quandles arising from groups*, Monatsh. Math. **184** (2017), no. 4, 519–530. MR 3718201

[Joy82] David Joyce, *A classifying invariant of knots, the knot quandle*, J. Pure Appl. Algebra **23** (1982), no. 1, 37–65. MR 638121 (83m:57007)

[McC12] James McCarron, *Connected Quandles with Order Equal to Twice an Odd Prime*, arXiv e-prints (2012), arXiv:1210.2150.

[Ven17] Leandro Vendramin, *Doubly transitive groups and cyclic quandles*, J. Math. Soc. Japan **69** (2017), no. 3, 1051–1057. MR 3685034

Título: Área sistólica y complejidad simplicial de grupos.
Expositor: Borghini, Eugenio (Universidad de Buenos Aires)
Resumen: El sístole $sys(X)$ de un espacio métrico X es la mínima longitud de un lazo no contráctil en X. Un resultado notable de Gromov [G1] afirma que una variedad riemanniana M esencial (las variedades esenciales son una clase que incluye a las variedades asféricas) con sístole L no puede tener un volumen arbitrariamente pequeño. Más concretamente, existe una constante $C = C_n$ que depende solo de la dimensión de la variedad n de forma que $Vol(M, g) \geq C_n sys(M, g)^n$ para cualquier métrica riemanniana g en M. La razón óptima entre el volumen y el sístole se conoce como área sistólica de M y es un invariante sumamente difícil de calcular: su valor exacto solo se conoce para el toro, el plano proyectivo y la botella de Klein.

En línea con su programa de atacar problemas en grupos con técnicas geométricas, Gromov define en [G2] el área sistólica de un grupo finitamente presentado G como la mínima área sistólica de un poliedro X con una métrica euclídea a trozos cuyo grupo fundamental es isomorfo a G. En general, se dispone de muy poca información sobre este invariante. Por ejemplo, no se conoce el valor exacto para ningún grupo con la excepción de los grupos libres, que son exactamente los de área sistólica nula. Otro problema natural que permanece abierto es el de determinar el comportamiento del área sistólica con respecto al producto libre de grupos. Para encarar estos problemas, en el artículo reciente [BBB] los autores introducen una aproximación combinatoria al área sistólica de un grupo G denominada complejidad simplicial, que consiste en la mínima cantidad de 2-simplices de un complejo simplicial K con grupo fundamental G. En dicho trabajo se prueba que el comportamiento asintótico del área sistólica y la complejidad simplicial es casi el mismo y se plantea, entre otras preguntas, el problema del cálculo exacto de la complejidad simplicial de los grupos de superficies cerradas.

En esta charla, tras hacer una introducción a los conceptos mencionados y los principales resultados del área, mostraremos una cota inferior para la complejidad simplicial de un

grupo cuyo anillo de cohomología satisface cierta propiedad algebraica. Esta estimación nos permitirá calcular de forma exacta la complejidad simplicial para el grupo fundamental de todas las superficies cerradas (orientables y no orientables).

[BBB] I. Babenko, F. Balacheff and G. Bulteau. "Systolic geometry and simplicial complexity for groups". J. Reine. Angew. Math., en prensa.

[G1] M. Gromov. "Filling Riemannian manifolds". J. Differential Geom. 18, 1983 (1), 1-147.

[G2] M. Gromov. "Systoles and intersystolic inequalities". Actes de la Table Ronde de Géométrie Différentielle (Luminy, 1992), 291-362, Sémin. Congr., 1, Soc. Math. France, Paris, 1996.

Título: Gemetria no-conmutativa, transformada de Fourier y deformaciones.
Expositor: di Fiore, Carlos (Universidad de Chicago)
Resumen: (trabajo en conjunto con German Stefanich) Decimos que un objeto definido sobre una variedad se microlocaliza, si se localiza en su cotangente. Ejemplos de esto es la Wave Front de una distribucion, la variedad caracteristica de un D-modulo o el soporte singular de un haz de modulos.

En este trabajo damos los primeros pasos en el estudio microlocal de haces de categorias. El punto de vista es el de la geometria no conmutativa y vamos a usar la transformada de Fourier categorica y la teoria de deformaciones de categorias.

Título: Una versión del Putinar Positivstellensatz para cilindros.
Expositora: Escorcielo, Paula (Universidad de Buenos Aires)
Resumen: Sea f un polinomio en n variables con coeficiente reales. Supongamos que f es positivo (no negativo) en un conjunto semialgebraico cerrado básico S, un certificado de la positividad (no negatividad) de f en S es una expresión algebraica que pone en evidencia ese hecho. Por ejemplo, en el Problema 17 de Hilbert se prueba que un polinomio f no negativo en $\mathbb{R}^n$, se puede escribir como suma de cuadrados de funciones racionales, lo cual es un certificado de la no negatividad de f en $\mathbb{R}^n$. Es un hecho conocido que el Positivstellensatz probado por Krivine (que establece condiciones necesarias y suficientes para que un sistema de ecuaciones e inecuaciones polinomiales no tenga solución) implica el Problema 17 de Hilbert. Existen otras versiones del Positivstellensatz, que valen en casos particulares, como por ejemplo el Putinar Positivstellensatz que establece que si $g_1, ..., g_s$ son polinomios en n variables con coeficientes reales tales que $M(g_1, ..., g_s)$, el módulo cuadrático generado por $g_1, ..., g_s$, es arquimediano, entonces, todo polinomio positivo en el conjunto semialgebraico cerrado básico S donde $g_1, ..., g_s$ son no negativos, pertenece a $M(g_1, ..., g_s)$. La hipótesis de arquimedianidad sobre $M(g_1, ..., g_s)$ implica que S es compacto.

En esta charla presentaremos una versión del Putinar Positivstellensatz en el caso de que el conjunto subyacente no es compacto pero es un cilindro de la forma $S \times R$. Este es un trabajo en conjunto con Daniel Perrucci.

Título: Degeneraciones y rigidez de álgebras hom-Lie.
Expositor: Fernández-Culma, Edison Alberto (Universidad Nacional de Córdoba)
Resumen: (Trabajo en conjunto con Nadina Rojas) Una *álgebra hom-Lie* de dimensión finita sobre los números complejos es una terna (V, μ, A) que consiste de un espacio vectorial complejo de dimensión finita V, un mapeo bilineal $\mu : V \times V \longrightarrow V$ y una transformación lineal $A : V \longrightarrow V$ que satisface

$$\begin{aligned} \mu(X_1, X_2) + \mu(X_2, X_1) &= 0 \qquad (1) \\ \sum_{\tau \in \mathfrak{S}_3} \operatorname{sign}(\tau)\mu(AX_{\tau(1)}, \mu(X_{\tau(2)}, X_{\tau(3)})) &= 0. \qquad (2) \end{aligned}$$

para todo X_1, X_2 y X_3 en V. La condición (1) dice que el álgebra base (V, μ) es antisimétrica y la identidad dada en (2) es conocida en la literatura como *identidad de Jacobi torcida*; la cual aparece en el estudio de *operadores diferenciales torcidos* y sus relaciones.

Denotemos por $\mathrm{Hom}^k(\mathbb{C}^n, \mathbb{C}^n)$ el conjunto de los mapeos k-lineales de $\mathbb{C}^n$ en $\mathbb{C}^n$. Los pares que dotan a $\mathbb{C}^n$ de una estructura de álgebra hom-Lie viven en $\mathrm{Hom}^2(\mathbb{C}^n, \mathbb{C}^n) \times \mathrm{Hom}^1(\mathbb{C}^n, \mathbb{C}^n)$. Denotemos por hom-$\mathfrak{L}(n, \mathbb{C})$ al conjunto (algebraico) de las álgebras hom-Lie

$$\text{hom-}\mathfrak{L}(n, \mathbb{C}) := \left\{ \begin{array}{l} (\mu, A) \in \mathrm{Hom}^2(\mathbb{C}^n, \mathbb{C}^n) \times \mathrm{Hom}^1(\mathbb{C}^n, \mathbb{C}^n) : \\ (\mathbb{C}^n, \mu, A) \text{ es una álgebra hom-Lie} \end{array} \right\}.$$

El grupo general lineal, $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$, actúa sobre hom-$\mathfrak{L}(n, \mathbb{C})$ por *cambio de base* y las $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ órbitas en hom-$\mathfrak{L}(n, \mathbb{C})$ parametrizan las álgebras hom-Lie de dimensión n (salvo isomorfismo).

De manera análoga a lo que ocurre en el estudio de otras *variedades de álgebras*, podemos estudiar las nociones de rígidez y degeneraciones en el conjunto hom-$\mathfrak{L}(n, \mathbb{C})$ y conjuntos algebraicos relacionados: dadas dos estructuras de álgebras hom-Lie sobre $\mathbb{C}^n$, (μ, A) y (λ, B), decimos que (μ, A) se *degenera* en (λ, B) y lo denotamos por $(\mu, A) \longrightarrow (\lambda, B)$, si la estructura (λ, B) está en la clausura Zariski de la $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ órbita de (μ, A), $\overline{\mathrm{GL}_n(\mathbb{C}) \cdot (\mu, A)}^{Z}$. Decimos que una álgebra hom-Lie $(\mathbb{C}^n, \mu, A)$ es *rígida*, si la $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ órbita de (μ, A) es un abierto Zariski de hom-$\mathfrak{L}(n, \mathbb{C})$.

En la charla trataremos ambas nociones e introduciremos algunos invariantes de álgebras hom-Lie que pueden ser usados para abordar problemas relacionados con tales definiciones.

Título: Una nueva técnica para el estudio de la propiedad del punto fijo en posets finitos.
Expositora: Gargantini, Ana Laura (Universidad Nacional de Cuyo)
Resumen: En esta charla presentaré algunos resultados obtenidos en un trabajo reciente, en el cual introducimos una novedosa construcción que a cada poset finito le asocia un nuevo poset que tiene como elementos a algunos de los subposets conexos del poset original, y que a cada morfismo de orden entre posets finitos le asigna un morfismo de orden entre

los correspondientes posets asociados. Contaré algunas propiedades de esta construcción y mostraré con varios ejemplos que resulta útil para estudiar la propiedad del punto fijo en posets finitos.

Título: Implicitación de variedades racionales dadas por polinomios con soportes prefijados.
Expositora: Herrero, María Isabel (Universidad de Buenos Aires)
Resumen: En esta charla presentaré resultados obtenidos en común con Alicia Dickenstein y Bernard Mourrain sobre la implicitación de variedades racionales de polinomios con soportes prefijados, mediante técnicas tropicales y de geometría combinatoria.

Implicitación es un problema fundamental en geometría algebraica, con diversas aplicaciones que incluyen diseño por computadoras, robótica y estadística. El objetivo de la implicitación es, a partir de una variedad Z racionalmente parametrizada, obtener la representación implícita de Z como el conjunto de ceros de polinomios. Por un lado, caracterizamos la tropicalización de variedades racionalmente parametrizadas para polinomios con coeficientes genéricos con respecto a su soporte, un estudio iniciado por Sturmfels, Tevelev y Yu para el caso de parametrizaciones dadas por polinomios de Laurent. Nuestro abordaje por medio de valuaciones de curvas permite comprender qué es lo que falla en caso de soportes no genéricos.

Un caso de particular interés es cuando Z es una hipersuperficie. Tener información sobre el polítopo de Newton de un polinomio H que define Z facilita el cálculo de los coeficientes de H. La tropicalización de Z nos permite en este caso conocer las direcciones de los ejes del polítopo, pero también es de utilidad conocer el grado y el orden en el origen de H. Presentaremos nuevas cotas superiores para el grado e inferiores para el orden en el origen de H que dependen de invariantes combinatorios asociados a los polítopos de Newton de los polinomios que definen la parametrización. Presentaremos también condiciones combinatorias para que éstas o algunas cotas previas se realicen. Estas condiciones se basan en resultados sobre igualdades de volúmenes mixtos, que son similares pero distintos a resultados recientes de Bihan y Soprunov.

Título: Biálgebras de Lie en Álgebras nilpotentes
Expositora: Jancsa, Patricia (Universidad de Buenos Aires).
Resumen: Proveemos de estructuras de biálgebra de Lie a álgebras de Lie dos pasos nilpotentes. Se considera en particular la familia de las álgebras de grafos.

Título: On Nichols algebras over dual Radford algebras.
Expositor: Jury Giraldi, João Matheus (Universidade Federal do Rio Grande do Sul)
Resumen: Recently in [GGi], it were classified the finite-dimensional Nichols algebras over the simple modules of ${}^{K}_{K}\mathcal{YD}$ where K is the smallest non-pointed non-cosemisimple Hopf

algebra. It turns out to be that K belongs to the family of the dual Radford algebras [R, ACE] and the generalized lifting method can be applied to this family.

In this talk, we explain how to obtain the finite-dimensional Nichols algebras associated to the simple modules of ${}^H_H\mathcal{YD}$ with H in the family above using a recent result of N. Andruskiewitsch and I. Angiono [AA]. We also give explicit presentations for some of these Nichols algebras.

This talk is based in a joint work with D. Bagio, G. García and O. Márquez.

[AA] N. Andruskiewitsch and I. Angiono, On Nichols Algebras over Basic Hopf Algebras. Preprint: arXiv:1802.00316.

[ACE] N. Andruskiewitsch, J. Cuadra and P. Etingof, On two finiteness conditions for Hopf algebras with nonzero integral, Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci. XIV (2) (2015), 401-440.

[GGi] G. A. García and J. M. J. Giraldi, On Hopf Algebras over quantum subgroups, J. Pure Appl. Algebra 223 (2) (2019), 738-768.

[R] D. E. Radford, On the coradical of a finite-dimensional Hopf algebra, Proc. Amer. Math. Soc. 53 (1975), 9-15.

Título: Homología de posets con coeficientes en funtores
Expositor: Ottina, Miguel (Universidad Nacional de Cuyo).
Resumen: Los grupos de homología de posets con coeficientes en funtores pueden definirse como los funtores derivados del funtor colímite y fueron utilizados por D. Quillen para dar una demostración alternativa de su conocido teorema A. En esta charla contaré algunos resultados novedosos que son de utilidad para el cálculo de homología de posets con coeficientes en funtores y daré algunos ejemplos de aplicación. Además, mostraré cómo obtener a partir de estos resultados una generalización del teorema de Mayer-Vietoris y una sucesión espectral para calcular los grupos de homología de construcciones de Grothendieck asociadas a posets.

Título: El grupo fundamental de los posets de p-subgrupos.
Expositor: Piterman, Kevin (Universidad de Buenos Aires)
Resumen: Dado un grupo finito G y un primo p que divide a su orden, consideramos los posets $\mathcal{S}_p(G)$ y $\mathcal{A}_p(G)$ de p-subgrupos no triviales y p-subgrupos elementales abelianos no triviales de G respectivamente. El estudio de estos posets comenzó en la década del 70 con los trabajos de K. Brown y D. Quillen, que analizaron sus propiedades topológicas (por medio de los complejos simpliciales asociados a estos posets) en relación con propiedades algebraicas y cohomológicas de G. Quillen probó que los complejos simpliciales asociados a $\mathcal{S}_p(G)$ y $\mathcal{A}_p(G)$ son homotópicamente equivalentes, y conjeturó que G tiene un p-subgrupo normal no trivial si y solo si el complejo asociado a $\mathcal{S}_p(G)$ es contráctil. Esta conjetura

permanece abierta, pero se han obtenido importantes avances a lo largo de las últimas décadas (las herramientas utilizadas en general combinan métodos relativamente sencillos de topología algebraica con la clasificación de los grupos simples).

En general, el tipo homotópico de $\mathcal{A}_p(G)$ no se conoce. En un principio se conjeturaba que era siempre el de un bouquet de esferas. De hecho, Quillen probó que éste es el caso para ciertas familias de grupos. En el 2004, Shareshian probó que hay torsión en $H_2(\mathcal{A}_p(G))$ para $G = A_{13}$ (el grupo alterno en 13 letras) y $p = 3$, mostrando, con ese ejemplo, que estos complejos en general no son necesariamente bouquets de esferas. Sin embargo, no se sabía qué sucedía con el grupo fundamental, el cual debería ser libre si fuera homotópico a un bouquet de esferas. De hecho, en todos los casos calculados, el grupo fundamental resultaba ser un grupo libre (incluso para el ejemplo $G = A_{13}$ y $p = 3$ de Shareshian).

En esta charla, veremos algunos resultados que hemos obtenidos recientemente sobre el grupo fundamental de estos posets. Mostraremos que para $G = A_{10}$ (el alterno en 10 letras) y $p = 3$, el grupo fundamental no es libre. Este es el primer ejemplo que se conoce de un poset de p-subgrupos con grupo fundamental no libre. Este ejemplo evidencia que la falla a ser un bouquet de esferas también puede provenir del grupo fundamental (y no de la homología). De hecho, la homología de $\mathcal{A}_p(G)$ para $G = A_{10}$ y $p = 3$, es libre. Veremos también que la obstrucción a que estos π_1 sean libres proviene esencialmente de los grupos simples. Concretamente veremos que $\pi_1(\mathcal{A}_p(G)) = \pi_1(\mathcal{A}_p(S_G)) * F$, donde F es un grupo libre, S_G es un cociente de G, y además $\pi_1(\mathcal{A}_p(S_G))$ es libre o bien S_G es una extensión de un grupo simple por automorfismos externos. También veremos que en la "mayoría de los casos", el π_1 sí es libre, como por ejemplo en los grupos resolubles.

Título: La propiedad M para el álgebra de Lie de Heisenberg.
Expositora: Rojas, Nadina (Universidad Nacional de Córdoba)
Resumen: Sea $\mathfrak{g}$ un álgebra de Lie compleja. El álgebra de Lie de corrientes truncadas asociada a $\mathfrak{g}$ es el álgebra de Lie

$$\mathfrak{g}_k = \mathfrak{g} \otimes \mathbb{C}[t]/(t^{k+1})$$

cuyo corchete esta dado por $[x \otimes \overline{t^i}, y \otimes \overline{t^j}] = [x, y] \otimes \overline{t^{i+j}}$ para todo $x, y \in \mathfrak{g}$.
Definición [Ha]. Sea $\mathfrak{g}$ un álgebra de Lie compleja. Diremos que $\mathfrak{g}$ tiene la *propiedad M* si

$$H_*(\mathfrak{g}_k) \cong H_*(\mathfrak{g})^{\otimes(k+1)}.$$

Hanlon en [Ha] plantea el problema de calcular la homología con coeficientes triviales del álgebra de Lie $\mathfrak{g}_k$. En dicho trabajo prueba que $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$ verifica la propiedad M y conjetura que las álgebras de Lie semisimples y los radicales nilpotentes de subálgebras parabólicas de álgebras de Lie semisimples satisfacen tal propiedad. Sin embargo, Kumar [Ku] prueba que esta conjetura es falsa en general. Más precisamente, demuestra que las matrices triangulares superiores estrictas de orden 4 y 5 no tienen la propiedad M. Aún así, es interesante estudiar para que álgebra de Lie se cumple la propiedad M. En esta dirección, Hanlon y Wachs [HW] muestran evidencias de que la propiedad M es cierta para el álgebra de Lie de Heisenberg de dimensión 3, denotada por $\mathfrak{h}_1$.

Una manera diferente de abordar el problema de la propiedad M para $\mathfrak{h}_1$, a la usada en [HW], es estudiar la estructura de $H_*(\mathfrak{h}_{1,k})$ bajo la acción del factor de Levi del grupo de automorfismos de $\mathfrak{h}_{1,k}$. Recientemente en [OR] probamos que, en particular, el factor de Levi del grupo de automorfismos de $\mathfrak{h}_{1,k}$ es $SL(2,\mathbb{C})$. Dado que las representaciones de $SL(2,\mathbb{C})$ están descriptas de una manera sencilla esperamos que la estructura de $SL(2,C)$-módulo de $H_*(\mathfrak{h}_{1,k})$ ayude para su mejor entendimiento.

En esta charla daremos más detalles sobre la propiedad M para el caso $\mathfrak{h}_1$ y algunos avances obtenidos para el caso dado en [HW] con nuestro enfoque. De esta manera creemos que es un buen inicio para atacar el problema de la propiedad M para el caso $\mathfrak{h}_m$.

[CT] Cagliero L. and Tirao P., *The cohomology of the cotangent bundle of Heisenberg groups*, Advances in Mathematics, Vol. **181** No. 2, (2004), 276–307.

[Ha] Hanlon P., *Some conjectures and results concerning the homology of nilpotent Lie algebras*, Adv. in Math. Vol. **84**, (1990), 91–134.

[HW] Hanlon P. and Wachs, *On Property M conjeture for the Heisenberg Lie algebra*, J. of Comb. Theory A, Vol. **99**, (2002), 219 – 231.

[Ku] Kumar B., *Homology of certain truncated lie algebras*, Contemp. Math. Vol. **248**, (1999), 309–325.

[OR] Ochoa Arango J. A. and Rojas N., *The Automorphisms group of a Current Lie algebra*, arxiv: arXiv:1811.09948 [math.RT].

Título: Pointed Hopf algebras over non-abelian groups.
Expositor: Sanmarco, Guillermo (Universidad Nacional de Córdoba)
Resumen: (Joint with Iván Angiono) We describe all finite-dimensional pointed Hopf algebras whose infinitesimal braiding is a fixed Yetter-Drinfeld module decomposed as the sum of two simple objects: a point and the one of transpositions of the symmetric group in three letters. We give a presentation by generators and relations and show that Andruskiewitsch-Schneider Conjecture also holds for this kind of pointed Hopf algebras.